

(٤٠ درجة لكل سؤال)

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول: في الجدول الآتي جدول تغيرات التابع f :

x	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	-
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$	0

١. اكتب مجموعة تعريف التابع f .

٢. اكتب نهاية f عند أطراف مجالات التعريف و اكتب معادلة كل مقارب لخطه البياني.

٣. اكتب معادلة المماس الشاقولي للخط البياني للتابع.

السؤال الثاني: f تابع معرف على المجال $[0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+1}}$

و المطلوب: ادرس قابلية اشتقاق f عند (0) و احسب $f'(0)$.

السؤال الثالث: ليكن العدد العقدي $w = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، و المطلوب:

١. بيّن أنّ $|w| = 1$ ، ثمّ اكتب w بالشكل الأسّي.

٢. ليكن z عدد عقدي ما، أثبت أنّ $Z = \frac{z - \bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ صف مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق

$$x^2 + y^2 = 9, \quad 0 \leq z \leq 3$$

ثم بين هل النقاط $A(0, 3, 2), B(1, 3, 1)$ تنتمي لها ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

(٨٠ درجة للتمرين الأول و ٦٠ درجة لكل من التمرين الثاني والثالث والرابع)

التمرين الأول: ليكن كثير الحدود $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z - 12$ ، والمطلوب:

١. تحقق أنّ 3 هو الحل للمعادلة $P(z) = 0$

٢. أوجد كثير الحدود $Q(z)$ بحيث $P(z) = (z - 3) \cdot Q(z)$ ثم حل المعادلة $P(z) = 0$

٣. اكتب حلول المعادلة $P(z) = 0$ بالشكل الأسّي.

التمرين الثاني: C الخط البياني للتابع f معرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 1}$ ، و المطلوب:

١. أوجد نهاية f عند $(+\infty)$ و عند $(-\infty)$ ، و اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط C .

٢. هل يوجد مقارب مائل للخط C ؟ ولماذا؟

٣. ادرس قابلية اشتقاق f عند (0) .

